

АЛГОРИТМ МОДЕЛИРОВАНИЯ ПОВЕДЕНИЯ ВРАЩАЮЩЕЙСЯ ГИБКОЙ НИТИ В УПРУГОПЛАСТИЧЕСКОМ СОСТОЯНИИ

Д. А. Тарасов¹, Н. Ю. Митрохина², Э. М. Эркебаев³

^{1, 2, 3} Пензенский государственный университет, г. Пенза, Россия
¹ tarasov.denis.penza@gmail.com, ² natena1@yandex.ru, ³ erlanerkebaev@yandex.ru

Аннотация. *Актуальность и цели.* Предложен алгоритм моделирования поведения вращающейся гибкой нити, основанный на энергетическом методе расчета. Алгоритм позволяет учитывать развитие пластических деформаций в материале, что дает возможность улучшить результаты моделирования. *Материалы и методы.* Исследования проведены с помощью метода, основанного на общей теореме динамики – законе сохранения энергии, положениях сопротивления материалов и математического моделирования. *Результаты.* Проведен сравнительный анализ данных, полученных с помощью проблемно-ориентированного программного комплекса, реализующего предложенный метод, и коммерческой системы компьютерного моделирования, поддерживающей метод конечных элементов. *Выводы.* Использование предложенного алгоритма в перспективе позволит повысить точность определения характеристик напряженно-деформированного состояния вращающейся гибкой нити. Это обеспечит более корректное определение несущей способности при увеличивающейся угловой скорости и, соответственно, возрастающей центробежной силе инерции

Ключевые слова: напряжения, деформации, вращение, гибкая нить, физическая нелинейность

Для цитирования: Тарасов Д. А., Митрохина Н. Ю., Эркебаев Э. М. Алгоритм моделирования поведения вращающейся гибкой нити в упругопластическом состоянии // Модели, системы, сети в экономике, технике, природе и обществе. 2021. № 1. С. 107–118. doi:10.21685/2227-8486-2021-1-9

ALGORITHM OF SIMULATION OF THE BEHAVIOR OF A ROTATING FLEXIBLE THREAD IN THE ELASTOPLASTIC STATE

D.A. Tarasov¹, N.Yu. Mitrokhina², E.M. Erkebaev³

^{1, 2, 3} Penza State University, Penza, Russia
¹ tarasov.denis.penza@gmail.com, ² natena1@yandex.ru, ³ erlanerkebaev@yandex.ru

Abstract. *Background.* An algorithm for modeling of a flexible thread rotation is proposed. The algorithm is based on the energy calculation method and allows to take into account the plastic deformations evolution in the material, which improves the results of modeling. *Materials and methods.* The studies were carried out using the proposed method based on the general theorem of dynamics – the law of conservation of energy, the positions of the resistance of materials and mathematical modeling. *Results.* A comparative

© Тарасов Д. А., Митрохина Н. Ю., Эркебаев Э. М., 2021. Контент доступен по лицензии Creative Commons Attribution 4.0 License / This work is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 License.

analysis of the data obtained using a problem-oriented software complex that implements the proposed method and a commercial computer modeling system that implements the finite element method is carried out. *Conclusions.* The use of the proposed algorithm will make it possible to determine the true stress-strain state of a rotating flexible thread. This will provide a more correct determination of the bearing capacity with increasing angular velocity and, accordingly, increasing centrifugal inertia force.

Keywords: stress, deformation, rotation, flexible thread, physical nonlinearity

For citation: Tarasov D.A., Mitrokhina N.Yu., Erkebaev E.M. Algorithm of simulation the behavior of a rotating flexible thread in the elastoplastic state. *Modeli, sistemy, seti v ekonomike, tekhnike, prirode i obshchestve* = *Models, systems, networks in economics, technology, nature and society*. 2021;1:107–118. (In Russ.). doi:10.21685/2227-8486-2021-1-9

Введение

В настоящее время в механике нити как в самостоятельном разделе науки задача о вращении с постоянной угловой скоростью нити, закрепленной концами на оси вращения (задача о «прыгалке»), математически сводится к решению системы дифференциальных уравнений контурного движения рассматриваемого элемента [1, 2]. Контурным движением, или состоянием «кажущегося покоя», называют такое положение линии равновесия нити, при котором все время сохраняется форма некоторой постоянной кривой. В такой постановке решение задачи имеет прикладное значение, например в текстильной промышленности, где процесс сматывания или наматывания нити происходит в прядильных и крутильных машинах. Точные решения указанной задачи даны в работах [3, 4], однако практическое их применение сопряжено со значительными трудностями. Так, чтобы решить систему дифференциальных уравнений, необходимо иметь определенное количество граничных условий, в число которых обязательно должны входить натяжение либо длина нити в деформированном состоянии. При этом значения перечисленных параметров возможно получить лишь в результате экспериментального исследования с применением специальных технических средств.

Целью данного исследования является разработка алгоритма моделирования напряженно-деформированного состояния (НДС) гибкой нити при вращении вокруг оси с учетом центробежной силы инерции и реальных свойств материала.

Материалы и методы

На рисунке 1 изображена расчетная модель рассматриваемой гибкой нити, первоначально прямолинейной, имеющей начальную длину, равную пролету между упругоподатливыми опорами, расположенными под углом к оси вращения на заданном расстоянии.

При моделировании поведения вращающейся гибкой нити добавим к общепризнанным допущениям следующие, принимаемые при расчете подобных элементов, испытывающих воздействие произвольной поперечной нагрузки: кинетическая энергия вращательного движения полностью переходит в работу по изменению положения гибкой нити, включающему упругопластическую деформацию и кинематическое перемещение; силой тяжести и сопротивлением воздуха можно пренебречь.

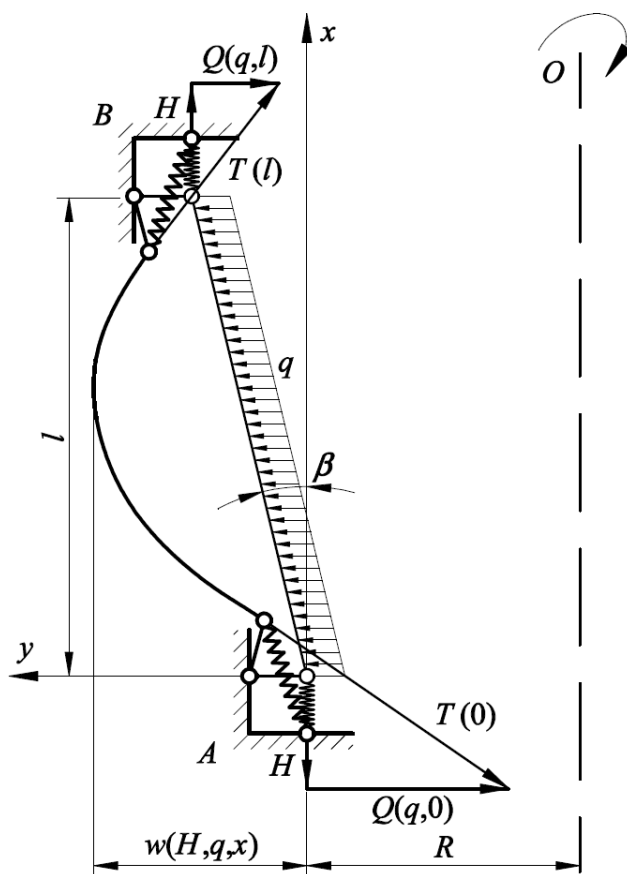


Рис. 1. Расчетная модель гибкой нити:
 — начальное состояние линии равновесия;
 — конечное состояние линии равновесия

При сделанных допущениях на гибкую нить при вращении будет действовать только одна центробежная сила инерции.

Представим кинетическую энергию вращательного движения гибкой нити в виде работы по изменению ее положения, совершенной равномерно-распределенной, перпендикулярной оси вращения нагрузкой q , являющейся эквивалентом центробежной силы инерции. Так как значение q не известно, все последующие выражения будем записывать как функции от q . Кроме того, в параметры функциональных зависимостей необходимо включить распор H (вертикальную составляющую опорных реакций в точках крепления, которая равна по величине вертикальной составляющей продольного усилия $T(x)$ в любом сечении гибкой нити), возникающий под действием инерционной нагрузки, так как он также неизвестен [5]:

$$\frac{J(H, q)\omega^2}{2} = \frac{1}{2}q \int_0^l (R + x \operatorname{tg} \beta + w(H, q, x)) dx, \quad (1)$$

где $J(H, q)$ – функция момента инерции относительно оси вращения, $\text{кг} \cdot \text{м}^2$; H – распор, Н; q – равномерно-распределенная, перпендикулярная оси вращения нагрузка, Н/м; ω – угловая скорость, рад/с; l – пролет, м; R – расстояние

до оси вращения, м; x – текущая абсцисса ($0 \leq x \leq l$), м; β – угол наклона хорды AB , град; $w(H, q, x)$ – функция прогиба, м.

Без воздействия нагрузки длина нити определяется длиной пролета l и углом наклона хорды β . Во время вращения происходит изменение момента инерции гибкой нити, вызванное ее деформацией в результате воздействия нагрузки q , в связи с этим момент инерции имеет вид функции

$$J(H, q) = m \int_0^{l-\frac{2}{u}H} (R + x \operatorname{tg} \beta + w(H, q, x))^2 dx, \quad (2)$$

где m – погонная масса, кг/м; u – жесткость упругоподатливых опор, Н/м [6].

Прогиб гибкой нити можно записать как функцию, зависящую от абсциссы и численно равную разности ординат начальной и конечной линии равновесия в рассматриваемом сечении [7]:

$$w(H, q, x) = y(H, q, x) - y_0(x), \quad (3)$$

где $y(H, q, x)$ – уравнение линии равновесия как функция от действия инерционной нагрузки q , м; $y_0(x)$ – функция линии равновесия начального очертания, м.

Определить конечные очертания гибкой нити можно методом построения эпюры изгибающих моментов для однопролетной балки. При этом принимается, что контур гибкой нити, которая находится в равновесном состоянии под воздействием нагрузки q совпадает с эпюрой изгибающих моментов двухопорной балки длиной l , которая находится под воздействием нагрузки, равной нагрузке на нить. Значения эпюры моментов при этом уменьшены по длине путем деления на величину распора H и отложены от прямой, соединяющей опоры гибкой нити. Математически это записывается так:

$$y(H, q, x) = \frac{M(q, x)}{H} + x \operatorname{tg} \beta, \quad (4)$$

где $M(q, x)$ – изгибающий момент в шарнирно опертой балке длиной l , возникающий под действием инерционной нагрузки q , Н/м [8].

Таким образом, для построения конечного очертания гибкой нити необходимо найти распор H и определить изгибающий момент M в однопролетной шарнирно опертой балке.

Математические зависимости внутренних поперечных сил и изгибающих моментов для однопролетной двухопорной балки с равномерно-распределенной по всему пролету l нагрузкой q можно записать в следующем виде [9, 10]:

$$Q(q, x) = \int_0^l q dx - \int_x^l q dx - \frac{1}{l} \int_0^l x q dx; \quad (5)$$

$$M(q, x) = x \left(\int_0^l q dx - \int_x^l q dx \right) - \frac{x}{l} \int_0^l x q dx + \int_x^l x q dx. \quad (6)$$

Гибкая нить, имеющая начальное очертание в виде прямой, длина которой ограничена точками крепления, при этом работающая по восприятию перпендикулярной оси вращения нагрузки, называется струной. В данном случае уравнение такой прямой будет иметь вид [11]

$$y_0(x) = x \operatorname{tg} \beta. \quad (7)$$

Найти величину распора H возможно используя уравнение неразрывности деформаций [12]:

$$L_0 + \Delta L(H, q) = L(H, q), \quad (8)$$

где L_0 – начальная длина, м; $\Delta L(H, q)$ – упругопластическая деформация, м; $L(H, q)$ – конечная длина, м.

Запишем выражения по определению всех членов, составляющих уравнение (8).

Начальная длина гибкой нити определяется по выражению, представленному в работе [12]

$$L_0 = \int_0^l \sqrt{1 + \left(\frac{d}{dx} y_0(x) \right)^2} dx. \quad (9)$$

Зная интенсивность растягивающих напряжений в нити, по заданной диаграмме состояния материала возможно установить величину относительных деформаций, а по ней найти искомое значение абсолютного удлинения гибкой нити, т.е. упругопластическую деформацию.

Механические характеристики материала можно определить по диаграмме деформирования с линейным упрочнением. Пример такой диаграммы представлен на рис. 2.

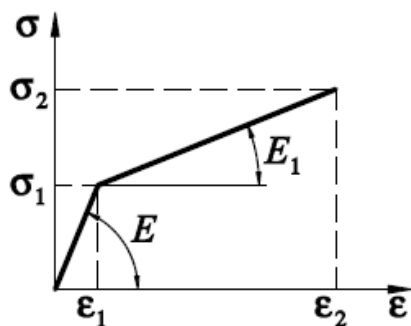


Рис. 2. Диаграмма деформирования

Диаграмма состоит из двух участков. Первый участок заканчивается точкой, соответствующей напряжению σ_1 . Данное напряжение является границей между упругими деформациями и началом развития пластических деформаций. При этом значение относительной деформации равно ϵ_1 . В свою очередь второй участок заканчивается точкой, соответствующей напряжению σ_2 . Указанное напряжение соответствует пороговому значению, по достижении которого наступает разрушение материала, вместе с тем относительная деформация будет иметь значение, равное ϵ_2 .

При заданной диаграмме абсолютное удлинение гибкой нити определяется из выражения

$$\Delta L(H, q) = \begin{cases} \frac{\sigma(H, q)L_0}{E}, & \text{при } \sigma(H, q) \leq \sigma_1, \\ L_0 \left(\frac{\sigma(H, q) - \sigma_1}{E_1} + \varepsilon_1 \right), & \text{при } \sigma_1 < \sigma(H, q), \end{cases} \quad (10)$$

где $\sigma(H, q)$ – растягивающие напряжения, Па; E – модуль упругости, Па; E_1 – модуль упрочнения на 2-м участке диаграммы деформирования, Па [13].

Величина растягивающих напряжений рассчитывается по формуле, ранее полученной в работе [13]:

$$\sigma(H, q) = \frac{H}{AL_0} \int_0^l 1 + \left(\frac{Q(q, x)}{H} + \operatorname{tg} \beta \right)^2 dx, \quad (11)$$

где A – площадь поперечного сечения, м².

Модуль упрочнения материала на 2-м участке диаграммы деформирования определяется уравнением, данным в работе [13]:

$$E_1 = \frac{\sigma_2 - \sigma_1}{\varepsilon_2 - \varepsilon_1}. \quad (12)$$

Длину гибкой нити при действии центробежной силы инерции, вызывающей конечное очертание, запишем в виде функции от распора H и нагрузки q [14]:

$$L(H, q) = \int_0^{l - \frac{2}{u}H} \sqrt{1 + \left(\frac{Q(q, x)}{H} + \operatorname{tg} \beta \right)^2} dx. \quad (13)$$

После того как определены все члены, составляющие уравнение неразрывности деформаций (8), становится возможным решить численными процедурами систему нелинейных уравнений (1) и (8) с двумя неизвестными. Решение позволит определить значения распора H и действующей равномерно-распределенной нагрузки q .

При известных эквиваленте центробежной силы инерции q и распоре H возможно определение продольного усилия в любом сечении гибкой нити по формуле из работы [15]:

$$T(x) = \sqrt{H^2 + (Q(q, x) + H \operatorname{tg} \beta)^2}. \quad (14)$$

Ввиду того, что гибкая нить работает только на растяжения, в ней может возникнуть лишь одноосное (линейное) напряженное состояние [15]:

$$\sigma_1(x) = \frac{T(x)}{A}; \quad \sigma_2(x) = \sigma_3(x) = 0. \quad (15)$$

Алгоритм моделирования НДС вращающейся гибкой нити с учетом развития пластических деформаций в материале приведен на рис. 3 в виде блок-схемы. Данная последовательность действий реализована с помощью численных методов решения в проблемно-ориентированном программном комплексе [16].

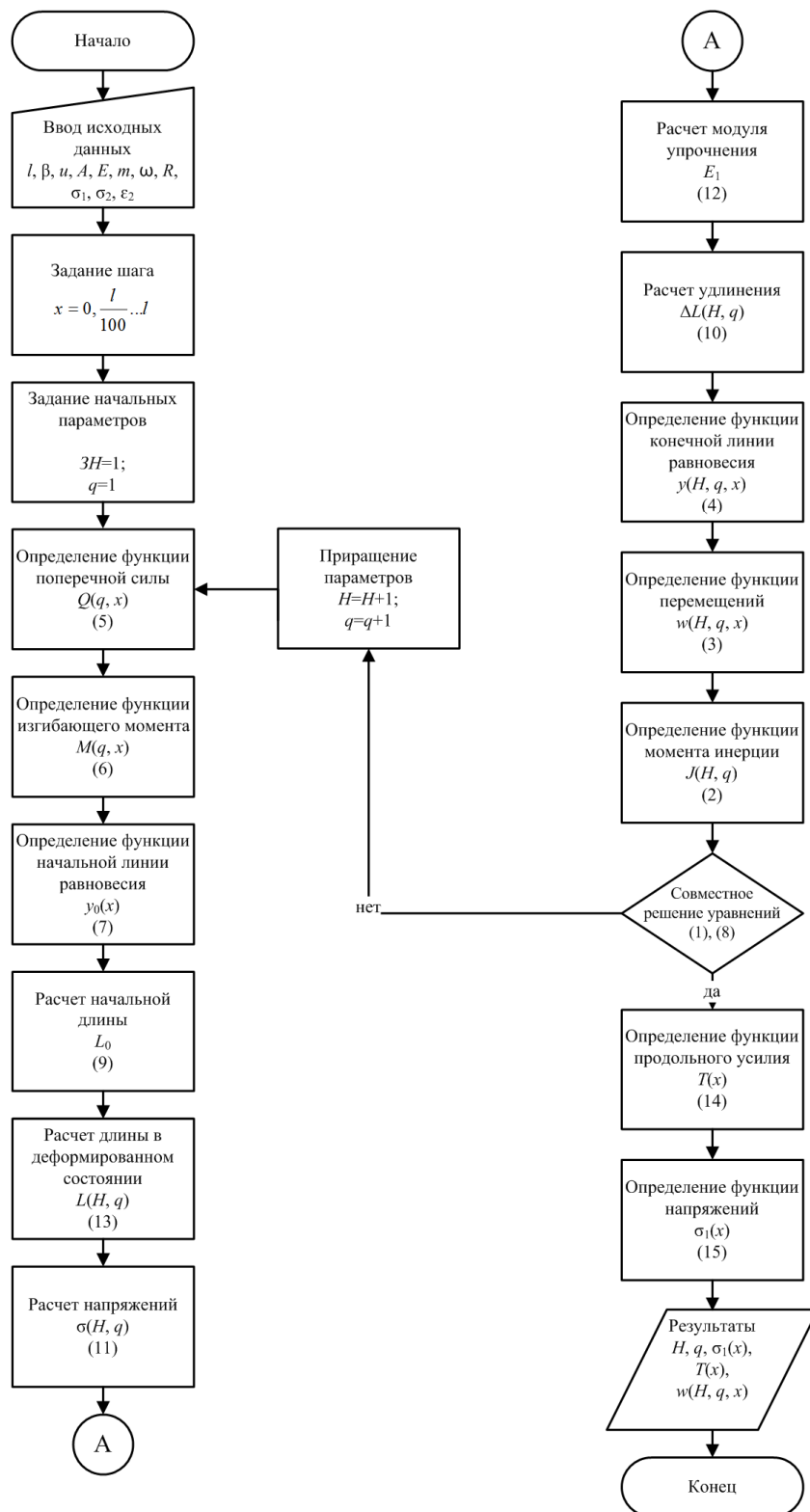


Рис. 3. Алгоритм моделирования напряженно-деформированного состояния вращающейся гибкой нити

Алгоритм при определении момента инерции учитывает изменение расстояния до оси вращения участков нити, вызванное деформацией нити в процессе вращения. Алгоритм может быть использован для решения прикладных задач по определению НДС.

Результаты исследования

Проведем оценку адекватности результатов, получаемых с помощью предложенного алгоритма. Для этого исследуем НДС гибкой нити, совершающей вращательное движение. Сравним максимальные растягивающие напряжения и прогиб, полученные в ходе моделирования разработанным алгоритмом и общепризнанным методом конечных элементов (МКЭ). Моделирование МКЭ будем вести в системе автоматизированного проектирования и расчета ЛИРА версии 10.8, релиз 3.6.

В качестве объекта исследования примем гибкую нить, выполненную из стальной проволоки длиной $l = 1$ м, имеющую площадь поперечного сечения $A = 7,0628 \text{ мм}^2$, закрепленную на упругоподатливых опорах с жесткостью $u = 200 \text{ кН/м}$, расположенных одна над другой $\beta = 0$, испытывающую вращение с угловой скоростью $\omega = 157,08 \text{ рад/с}$ на расстоянии от оси $R = 0,5$ м. Расчетная модель представлена на рис. 4.

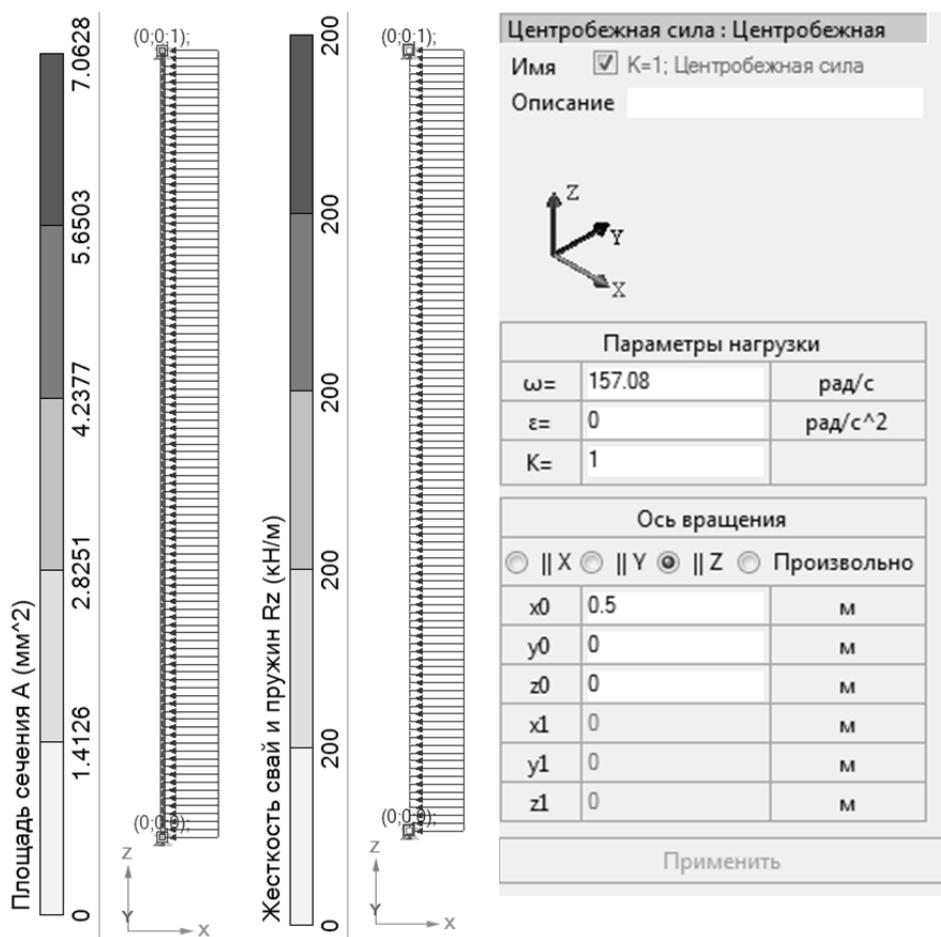


Рис. 4. Расчетная модель гибкой нити

Нить в программном комплексе ЛИРА моделировалась геометрически нелинейными конечными элементами «нить» (тип 304). Разбивка производилась на 100 конечных элементов. Упругая податливость опор задавалась одноузловыми конечными элементами упругой связи (тип 56).

В таблице 1 представлены значения принятых критериев оценки, полученные предложенным методом и МКЭ в результате математического моделирования НДС гибкой нити.

Таблица 1

Сопоставление результатов моделирования

Критерий оценки	Предложенный метод	МКЭ	Расхождение значений, %
$\sigma_1(0) = \sigma_1(l)$, МПа	187,43	177,89	5,1
$w(H, q, l/2)$, мм	73,2	69,794	4,65

На рисунке 5 результаты отображены в графическом виде в форме эпюр напряжений и перемещений по длине нити.

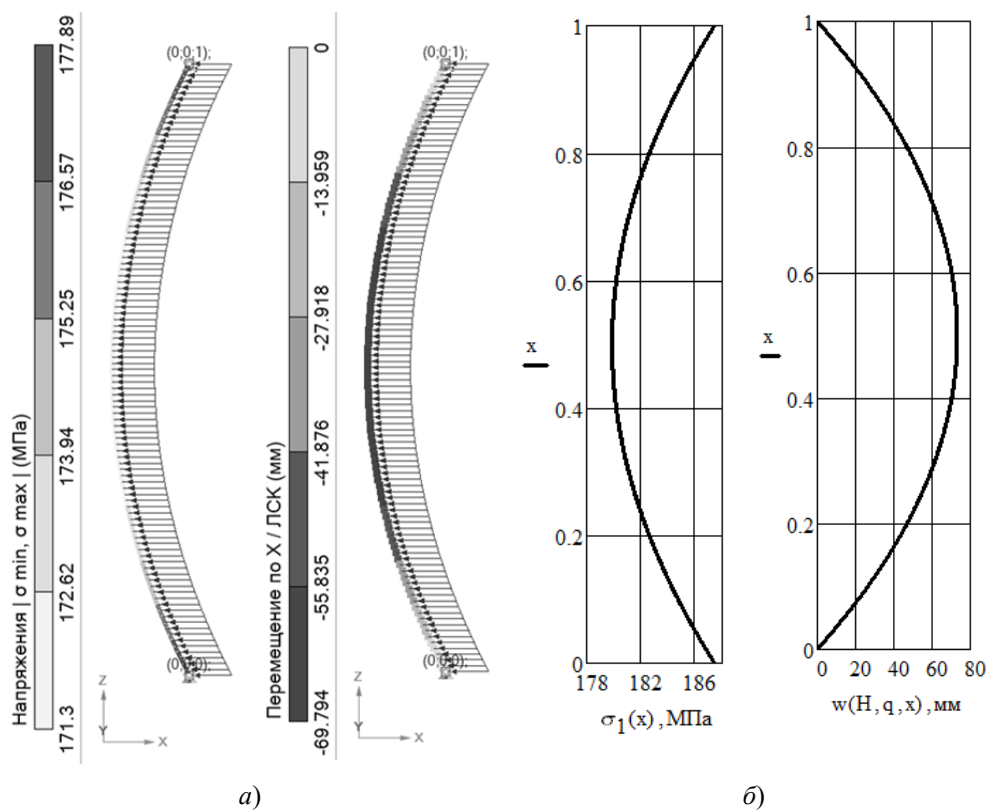


Рис. 5. Эпюры напряжений и перемещений гибкой нити:
а – метод конечных элементов; б – предложенный метод

Заключение

Отличие напряжений и перемещений, рассчитанных предложенным алгоритмом и МКЭ, обусловлено тем, что разработанный алгоритм при опреде-

лении момента инерции учитывает изменение расстояния до оси вращения от элементов, составляющих конечное тело. Данное изменение вызвано деформацией гибкой нити в процессе вращения и оказывает влияние на величину центробежной силы инерции в сторону ее увеличения относительно значения, рассчитанного для нити в недеформированном состоянии.

Применение предложенного алгоритма, представленного в виде блок-схемы на рис. 3, позволит с большей точностью по сравнению с методом конечных элементов определять НДС вращающейся гибкой нити. Это обеспечит более корректное определение несущей способности при увеличивающейся угловой скорости и, соответственно, возрастающей центробежной силе инерции.

При проведении исследования установлено, что потенциально возможное увеличение точности полученных значений параметров, характеризующих работу вращающейся гибкой нити, составляет до 5,1 % по сравнению с методом конечных элементов.

Список литературы

1. Анахаев К. Н. К расчету задачи о вращающейся гибкой нити // Доклады академии наук. 2017. Т. 475, № 3. С. 265–268.
2. Щербаков В. П. Очерк о механике нити // Технология текстильной промышленности. 2007. № 6. С. 86–89.
3. Щербаков В. П., Болотный А. П. Баллонирование и натяжение нити на кольцевых прядильных машинах // Технология текстильной промышленности. 2009. № 1. С. 116–121.
4. Щербаков В. П., Цыганов И. Б., Пилюшина И. В. Теоретические основы формирования равновесных текстильно-металлических нитей // Технология текстильной промышленности. 2006. № 6С (295). С. 147–150.
5. Tarasov D., Konovalov V., Zaitsev V. Modeling the stress state of a rotating flexible thread (cable) to optimize its speed // Journal of Physics: Conference Series. 2020. Vol. 1614. doi:10.1088/1742-6596/1614/1/012089
6. Tarasov D., Konovalov V., Zaitsev V., Rodionov Yu. Mathematical modeling of deformations of flexible threads under their dynamic loading in the zone of material plasticity // Journal of Physics: Conference Series. 2019. Vol. 1278. doi:10.1088/1742-6596/1278/1/012014
7. Тарасов Д. А. Комплекс программ моделирования работы стальных канатов при действии поперечной динамической нагрузки // XXI век: итоги прошлого и проблемы настоящего плюс. 2015. № 2. С. 48–55.
8. Тарасов Д. А. Параметрическая оптимизация стальных канатов при действии поперечного удара // XXI век: итоги прошлого и проблемы настоящего плюс. 2015. № 2. С. 56–62.
9. Тарасов Д. А., Липов А. В., Ирышков А. М. Исследование влияния пластических деформаций при моделировании напряженно-деформированного состояния гибкой нити // Модели, системы, сети в экономике, технике, природе и обществе. 2020. № 1. С. 98–110.
10. Тарасов Д. А., Большаков Г. С., Коновалов В. В., Ирышков А. М. Оценка влияния конструктивной нелинейности при моделировании напряженно-деформированного состояния гибкой нити // XXI век: итоги прошлого и проблемы настоящего плюс. 2020. Т. 9, № 2. С. 117–123.
11. Konovalov V., Tarasov D., Zaitsev V., Rodionov Y. Mathematical modeling of the stress-strain state of a flexible thread under the action of transverse impact // Complex Systems: Control and Modeling Problems : proceedings of 21st International Conference, CSCMP 2019. 2019. P. 470–474.

12. Тарасов Д. А. Комплекс программ моделирования напряженно-деформированного состояния стальных канатов // XXI век: итоги прошлого и проблемы настоящего плюс. 2013. № 12. С. 114–120.
13. Тарасов Д. А., Семенов Д. Ю. Математическое моделирование напряженно-деформированного состояния гибких нитей с учетом физической нелинейности // Модели, системы, сети в экономике, технике, природе и обществе. 2017. № 3. С. 175–185.
14. Ушакова Н. Л., Ушаков Е. И., Чистобородов Г. И. Аналитическое определение длины пространственной формы баллонирующей нити на кольцевой прядильной машине // Технология текстильной промышленности. 2011. № 6. С. 135–140.
15. Дремова Н. В., Мавлянов Т. Математическая модель в задачах динамических систем с гибкими нитями // Инновации, качество и сервис в технике и технологиях : сб. науч. тр. 4-й Междунар. науч.-практ. конф. (4–5 июня 2014 г.) : в 3 т. / отв. ред. Горохов А. А. Курск : Юго-Зап. гос. ун-т, 2014. Т. 1. С. 197–201.
16. Свидетельство № 2019664835 РФ. Программа определения напряженно-деформированного состояния вращающихся гибких нитей с учетом развития пластических деформаций / Тарасов Д. А., Косяков П. А., Шаповал О. Л. № 2019660040 ; заявл. 05.08.2019 ; опубл. 14.11.2019, Бюл. № 11. 1 с.

References

1. Anakhaev K.N. On the calculation of the problem of a rotating flexible thread. *Doklady akademii nauk = Reports of the Academy of Sciences*. 2017;475(3):265–268. (In Russ.)
2. Shcherbakov V.P. An essay on thread mechanics. *Tekhnologiya tekstil'noy promyshlennosti = Textile industry technology*. 2007;6:86–89. (In Russ.)
3. Shcherbakov V.P., Bolotnyy A.P. Ballooning and thread tension on ring spinners. *Tekhnologiya tekstil'noy promyshlennosti = Textile industry technology*. 2009;1:116–121. (In Russ.)
4. Shcherbakov V.P., Tsyganov I.B., Pilyushina I.V. Theoretical foundations of the formation of equilibrium textile-metal threads. *Tekhnologiya tekstil'noy promyshlennosti = Textile industry technology*. 2006;6S(295):147–150. (In Russ.)
5. Tarasov D., Kononov V., Zaitsev V. Modeling the stress state of a rotating flexible thread (cable) to optimize its speed. *Journal of Physics: Conference Series*. 2020;1614. doi:10.1088/1742-6596/1614/1/012089
6. Tarasov D., Kononov V., Zaitsev V., Rodionov Yu. Mathematical modeling of deformations of flexible threads under their dynamic loading in the zone of material plasticity. *Journal of Physics: Conference Series*. 2019;1278. doi: 10.1088/1742-6596/1278/1/012014
7. Tarasov D.A. A set of programs for modeling the operation of steel ropes under the action of a transverse dynamic load. *XXI vek: itogi proshlogo i problemy nastoyashchego plyus = XXI century: the results of the past and the problems of the present plus*. 2015;2:48–55. (In Russ.)
8. Tarasov D.A. Parametric optimization of steel ropes under the action of transverse impact. *XXI vek: itogi proshlogo i problemy nastoyashchego plyus = XXI century: the results of the past and the problems of the present plus*. 2015;2:56–62. (In Russ.)
9. Tarasov D.A., Lipov A.V., Iryshkov A.M. Investigation of the influence of plastic deformations in modeling the stress-strain state of a flexible thread. *Modeli, sistemy, seti v ekonomike, tekhnike, prirode i obshchestve = Models, systems, and networks in economics, technology, nature, and society*. 2020;1:98–110. (In Russ.)
10. Tarasov D.A., Bol'shakov G.S., Kononov V.V., Iryshkov A.M. Evaluation of the effect of structural nonlinearity in modeling the stress-strain state of a flexible thread. *XXI vek: itogi proshlogo i problemy nastoyashchego plyus = XXI century: the results of the past and the problems of the present plus*. 2020;9(2):117–123. (In Russ.)

11. Konovalov V., Tarasov D., Zaitsev V., Rodionov Y. Mathematical modeling of the stress-strain state of a flexible thread under the action of transverse impact. *Complex Systems: Control and Modeling Problems: proceedings of 21st International Conference, CSCMP 2019*. 2019:470–474.
12. Tarasov D.A. Complex of programs for modeling the stress-strain state of steel ropes. *XXI vek: itogi proshlogo i problemy nastoyashchego plyus = XXI century: the results of the past and the problems of the present plus*. 2013;12:114–120. (In Russ.)
13. Tarasov D.A., Semenov D.Yu. Mathematical modeling of the stress-strain state of flexible threads taking into account the physical nonlinearity. *Modeli, sistemy, seti v ekonomike, tekhnike, prirode i obshchestve = Models, systems, and networks in economics, technology, nature, and society*. 2017;3:175–185. (In Russ.)
14. Ushakova N.L., Ushakov E.I., Chistoborodov G.I. Analytical determination of the length of the spatial shape of the ballooning thread on a ring spinning machine. *Tekhnologiya tekstil'noy promyshlennosti = Textile industry technology*. 2011;6:135–140. (In Russ.)
15. Dremova N.V., Mavlyanov T. Mathematical model in problems of dynamic systems with flexible threads. *Innovatsii, kachestvo i servis v tekhnike i tekhnologiyakh: sb. nauch. tr. 4-y Mezhdunar. nauch.-prakt. konf. (4–5 iyunya 2014 g.): v 3 t. = Innovations, quality and service in engineering and technology: collection of scientific papers of the 4th International scientific and practical conference (June 4-5, 2014): in 3 vols*. Kursk: Yugo-Zap. gos. un-t, 2014;1:197–201. (In Russ.)
16. *Svidetel'stvo № 2019664835 RF. Programma opredeleniya napryazhenno-deformirovannogo sostoyaniya vrashchayushchikhsya gibkikh nitay s uchetom razvitiya plasticheskikh deformatsiy = Certificate No. 2019664835 of the Russian Federation. Program for determining the stress-strain state of rotating flexible threads, taking into account the development of plastic deformations*. Tarasov D.A., Kosyakov P.A., Shapoval O.L. No. 2019660040; appl. 05.08.2019; publ. 14.11.2019, bull. No. 11. 1 s. (In Russ.)

Информация об авторах / Information about the authors

Денис Александрович Тарасов

кандидат технических наук, доцент
кафедры автоматизированных систем
безопасности,
Пензенский государственный университет
(Россия, г. Пенза, ул. Красная, 40)
E-mail: tarasov.denis.penza@gmail.com

Denis A. Tarasov

Candidate of technical sciences,
associate professor of sub-department
of automated security systems,
Penza State University
(40 Krasnaya street, Penza, Russia)

Наталья Юрьевна Митрохина

кандидат технических наук, доцент
кафедры теоретической и прикладной
механики и графики,
Пензенский государственный университет
(Россия, г. Пенза, ул. Красная, 40)
E-mail: natenal@yandex.ru

Natalia Yu. Mitrokhina

Candidate of technical sciences,
associate professor of sub-department
of theoretical and applied mechanics
and graphics,
Penza State University
(40 Krasnaya street, Penza, Russia)

Эрлан Мамасалиевич Эркебаев

магистрант,
Пензенский государственный университет
(Россия, г. Пенза, ул. Красная, 40)
E-mail: erlanerkebaev@yandex.ru

Erlan M. Erkebaev

Master degree student,
Penza State University
(40 Krasnaya street, Penza, Russia)